TEMA5 : gravitación
Capitulo 1. Gravitación

TEMA 5: Gravitación

- **Capítulo 1. Fuerza gravitaciónal**
    - Motivación de la Ley.
    - Nacimiento de la Ley.
    - Definición de la Ley de la Gravitación Universal.
    - Razonamientos para entender la ley.
    - Copérnico: comienza la revolución.
    - Kepler traza los movimientos de los planetas.
    - Las leyes de Kepler y su papel.
    - La Luna es el vínculo.

Motivación

• La ley de **la gravitación universal** de *Newton* causa una gran sensación en su época.

• **Razones emocionales**: nada era más claro que la separación entre el mundo de los cielos y la Tierra. Incluso muchas religiones le han dado un carácter divino al Sol y los planetas.

• **La razón científica** era que gracias a los movimientos regulares de los planetas, ya se habían estudiado y registrado con notable precisión los movimientos de los cuerpos celestes

Los cuerpos cadentes según Newton

- Newton con su trabajo tenía que explicar la caída de los cuerpos de Galileo, en función de sus leyes.

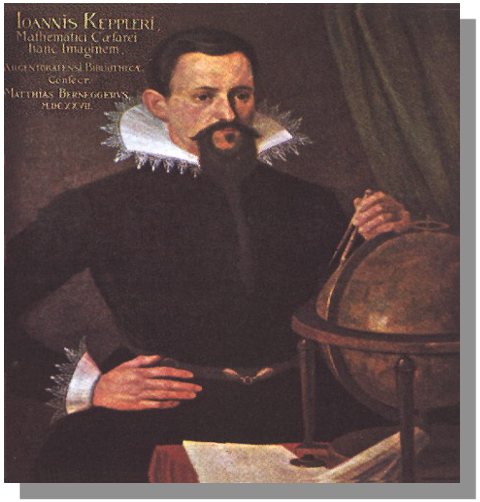
- Como el cuerpo que cae tiene un movimiento acelerado; luego alguna fuerza debía obrar.

- Esa fuerza tenía que ser constante ya que la aceleración era constante y como era además igual para todos los cuerpos, esta fuerza tendría que ser proporcional a la masa (Peso).

- Pero ateniéndonos a su **tercera ley**. **Necesitamos encontrar un cuerpo con el que interaccione el móvil**.

Ley de la Gravitación Universal

El nacimiento de una ley (I)



Johannes Kepler (1571-1630)

- El nacimiento de esta ley proviene de los trabajos de **Johannes Kepler**. Este ya **intuyó que existía una fuerza, procedente del Sol, que mantenía a los planetas en sus órbitas**.

- El inglés **Robert Hooke** fue mucho **más explicito** y consideró que las órbitas de los planetas se debían **a una fuerza de atracción del Sol que torcía el movimiento rectilíneo** que seguirían por la ley de inercia. Ya en 1676, sospechaba que la fuerza atractiva sería inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre el Sol y el planeta, pero no lo pudo demostrar.

Hooke memorial window, St. Helen's, Bishopsgate, London.

El nacimiento de una ley (II)

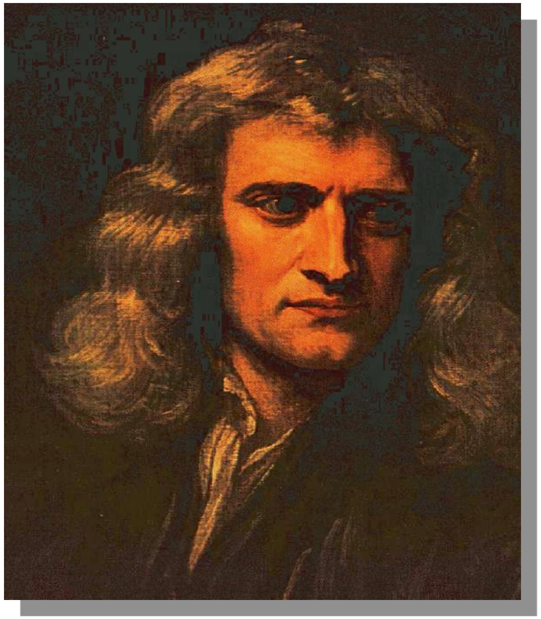
En 1679, **R. Hooke** **pidió a Newton que hiciera los cálculos para demostrarlo**, pero dada la **enemistad** entre ambos la colaboración no prosperó.

• En 1684 el astrónomomo **Edmund Halley** **intervino para que lo hiciese** y tres años después salió la magistral solución en el tercer **libro de los Principia**.

Edmund Halley

La ley de la gravitación universal

"Todos los cuerpos son atraídos mutuamente por una fuerza proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa"



$$F = G\frac{Mm}{R^2}$$

- ***M*** y ***m*** son las masas de los objetos en cuestión
- ***R*** la distancia que los separa.
- ***G*** una constante universal.

Razonamientos para entender la ley de la gravitación universal

- Newton se ve obligado a explicar **el movimiento de los cuerpos que caen.**

- La fuerza con la que caía el cuerpo debía ser **proporcional a la masa.**

- Si el medio no tenía importancia, teníamos que trabajar con **una acción a distancia entre dos cuerpos**.

- El problema era descubrir **el otro cuerpo** que pide la tercera ley. Y el candidato lógico es **la Tierra**.

- Con esto podemos determinar el numerador de la ecuación, Mm.

¿Hasta dónde llega la acción de la fuerza?

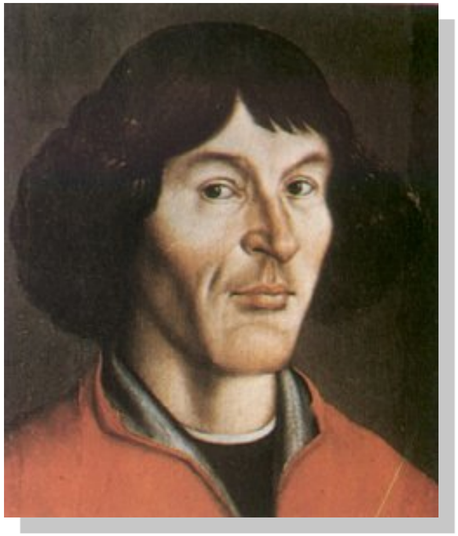
- **¿Dónde termina la gravedad?** ¿Por qué no ampliar hasta los mismísimos cielos?.

- Si la Luna cae más lenta que una piedra, eso significa que la acción de la fuerza debe ser inversamente proporcional a la distancia que los separa.

¿Cuál era la dependencia exacta?

Afortunadamente para Newton, los detalles cuantitativos del movimiento de los planetas ya habían sido tratados admirablemente por **Johannes Kepler**.

Copernico: comienza la revolución

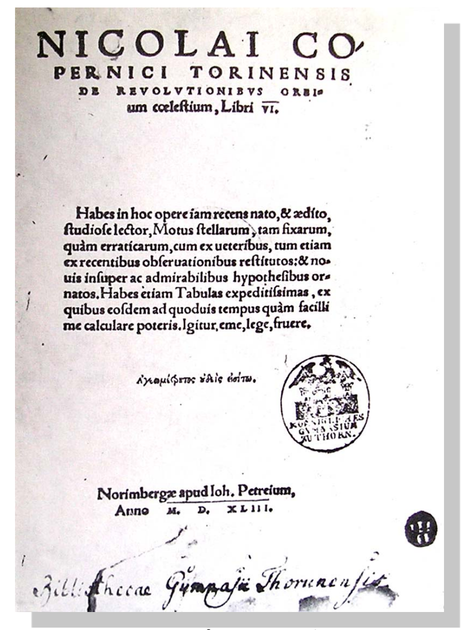


Nicolaus Copernicus

• **Nicolaus Copernicus** (1473- 1543) nació en Torun (Polonia) fue un **excelente astrónomo**.

• Estudió teología, medicina y astronomía en las universidades de Cracovia, Bolonia, Padua. Se doctoró en Derecho Canónico en la Universidad de Ferrarra.

• Su principal obre fue *De revolutionibus orbium coelestium* (Nuremberg, 1543) y **por primera vez se pone en duda la teoría geocéntrica**, aunque **se sigue utilizando las órbitas circulares**.



NICOLAI CO
PERNICI TORINENSIS
DE REVOLVTIONIBVS ORBI-
um cœlestium, Libri VI.

Habes in hoc opere iam recens nato, & ædito, studiose lector, Motus stellarum, tam fixarum, quàm erraticarum, cum ex ueteribus, tum etiam ex recentibus obseruationibus restitutos: & nouis insuper ac admirabilibus hypothesibus ornatos. Habes etiam Tabulas expeditissimas, ex quibus eosdem ad quoduis tempus quàm facillime calculare poteris. Igitur eme, lege, fruere.

Ἀγεωμέτρητος οὐδεὶς εἰσίτω.

Norimbergæ apud Ioh. Petreium,
Anno M. D. XLIII.

Bibliothecae Gymnasii Thorunensis

De revolutionibus

Kepler traza los movimientos de los planetas

Johannes Kepler

- **Johannes Kepler** (1571- 1630) fue un excelente astrónomo y astrólogo alemán.
- **En 1601 sucedió** a **Tycho Brahe** como **matemático imperial**.
- **Estudiando los registros relativos a la posición aparente de los planetas**, obtuvo **tres leyes** que describían el movimiento de los planetas

- Las dos primeras leyes se publicaron en 1609 en *Astronomia nova seu Physica Coeletis* y la tercera en 1619 en *Harmonices Mundi Libri V*.

Tycho Brahe

Modelo mecánico del sistema solar

Tycho Brahe estudió los movimientos de los planetas, y utilizando sus datos **Johannes Kepler** descubrió que las trayectorias reales de los planetas alrededor del Sol eran **elipses**.

Universidad de Harvard

Radios orbitales medios y periodos orbitales

TABLE 11-1

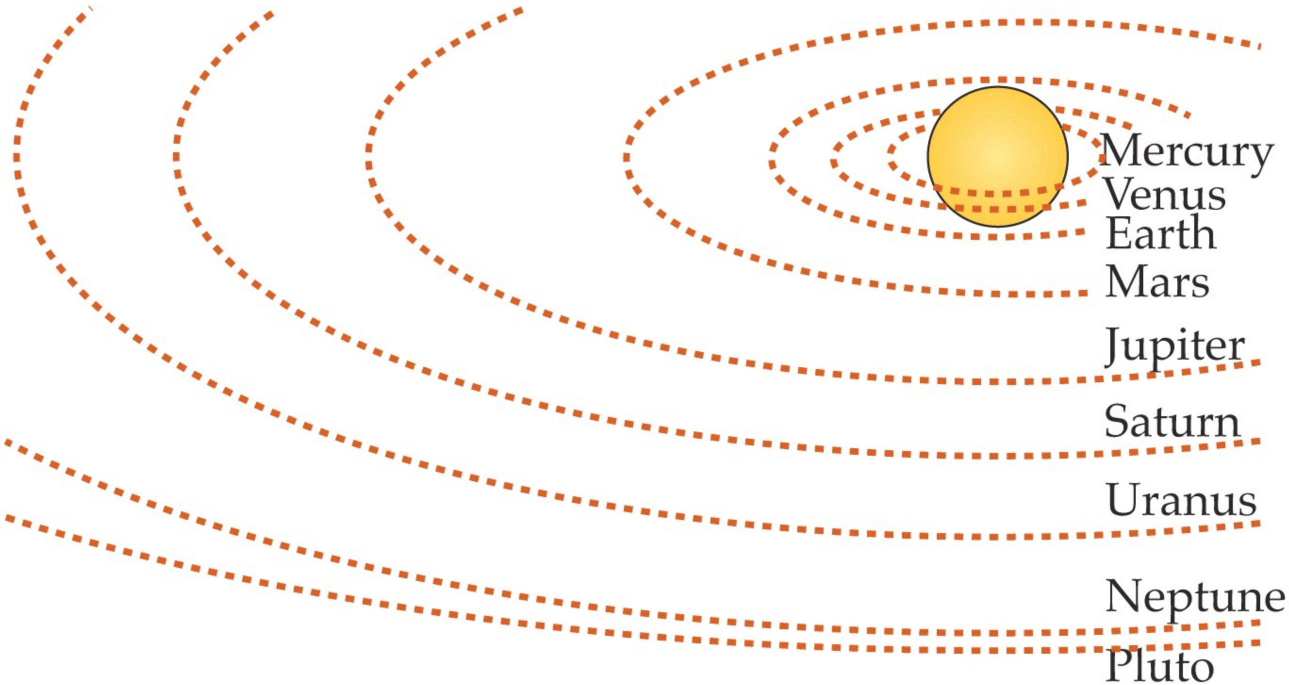
Mean Orbital Radii and Orbital Periods for the Planets

Planet	Mean Radius r ($\times 10^{10}$ m)	Period T (y)
Mercury	5.79	0.241
Venus	10.8	0.615
Earth	15.0	1.00
Mars	22.8	1.88
Jupiter	77.8	11.9
Saturn	143	29.5
Uranus	287	84
Neptune	450	165
Pluto	590	248

Plutón, descubierto en 1930, pierde en **2006** su condición de planeta, y **continúa integrando el Sistema Solar como 'planeta enano'**.

Movimiento planetario y ley de gravedad

Kepler expresó sus resultados en **tres leyes empíricas** del **movimiento planetario**. Estas leyes proporcionaron a **Newton** la base para su descubrimiento de la **ley de gravedad**.



Las leyes de Kepler

1. Todos los planetas se mueven en **órbitas elípticas** con el **Sol situado en un foco**.

2. La recta que une cualquier planeta con el Sol barre **áreas iguales en tiempos iguales**.

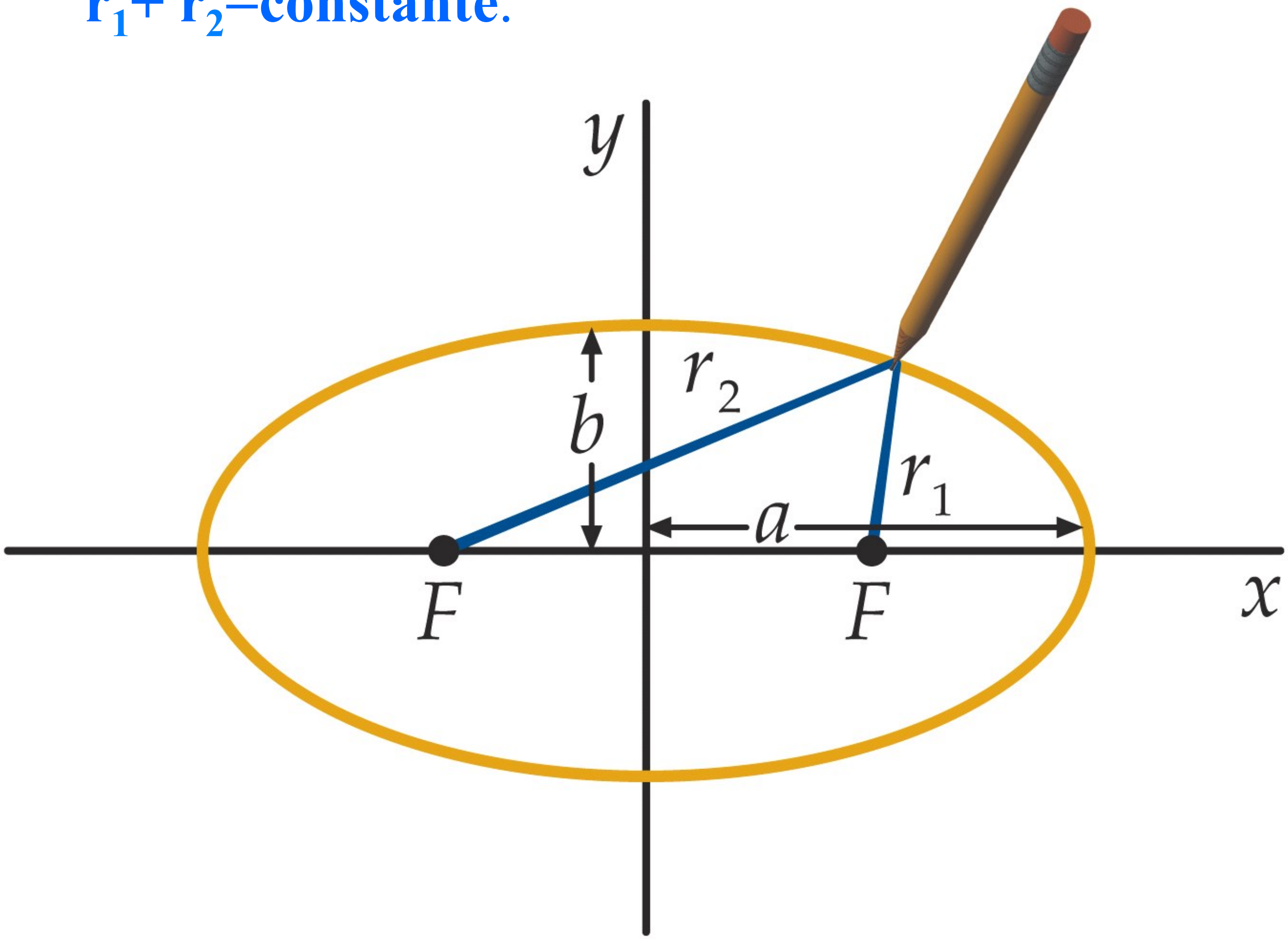
3. El cuadrado del periodo de cualquier planeta es proporcional al cubo del semieje mayor de su órbita.

$$\boxed{T^2 = Ca^3}$$

La constante C tiene el mismo valor para todos los planetas

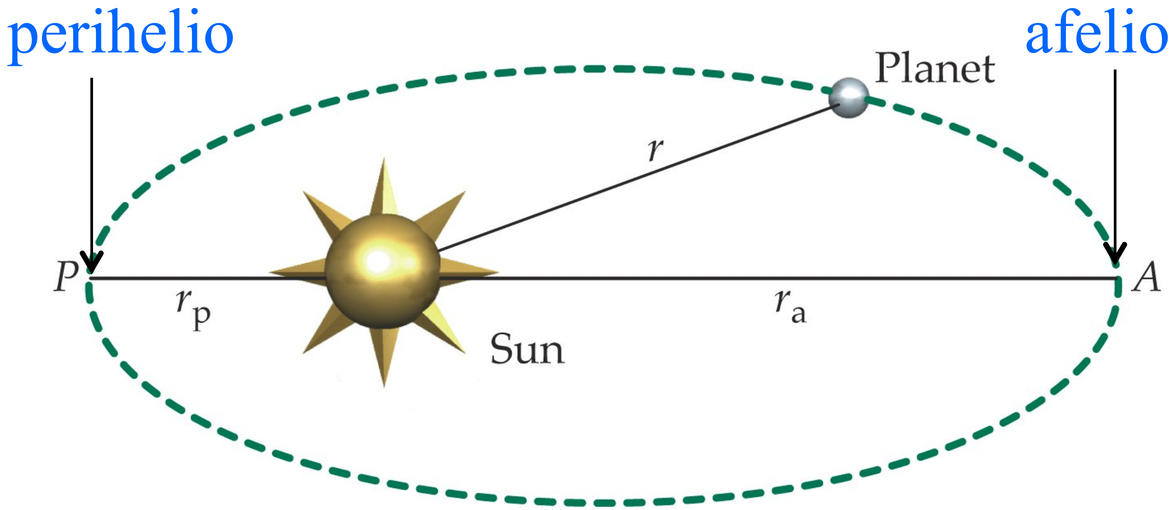
Definición geométrica de elipse (1/2)

Una **elipse** es el lugar geométrico de los puntos para los cuales **$r_1 + r_2$=constante**.

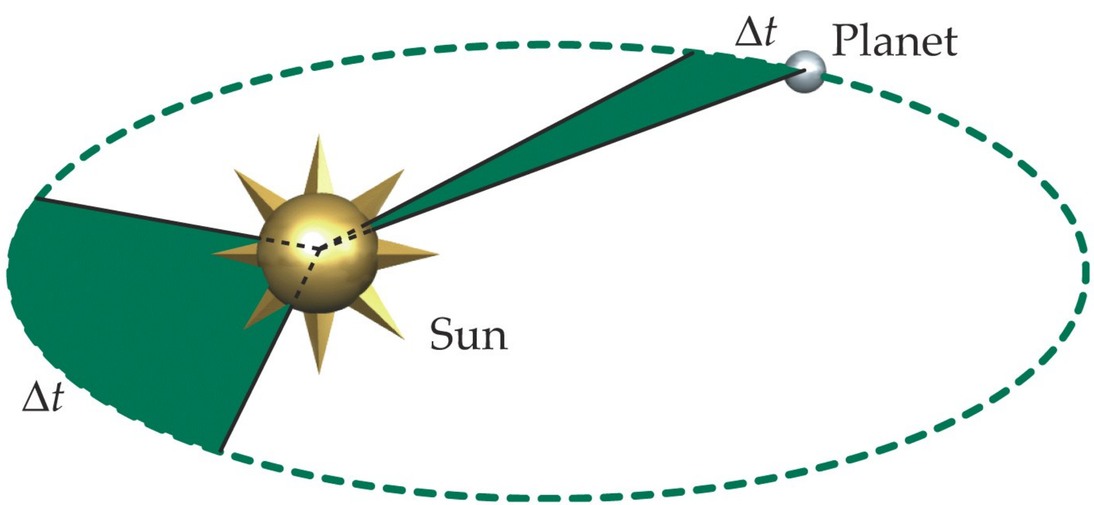


La distancia *a* se llama *semieje mayor* (distancia media planeta-Sol) y *b* *semieje menor*. Los puntos *F* se llaman *focos*.

Definición geométrica de elipse (2/2)



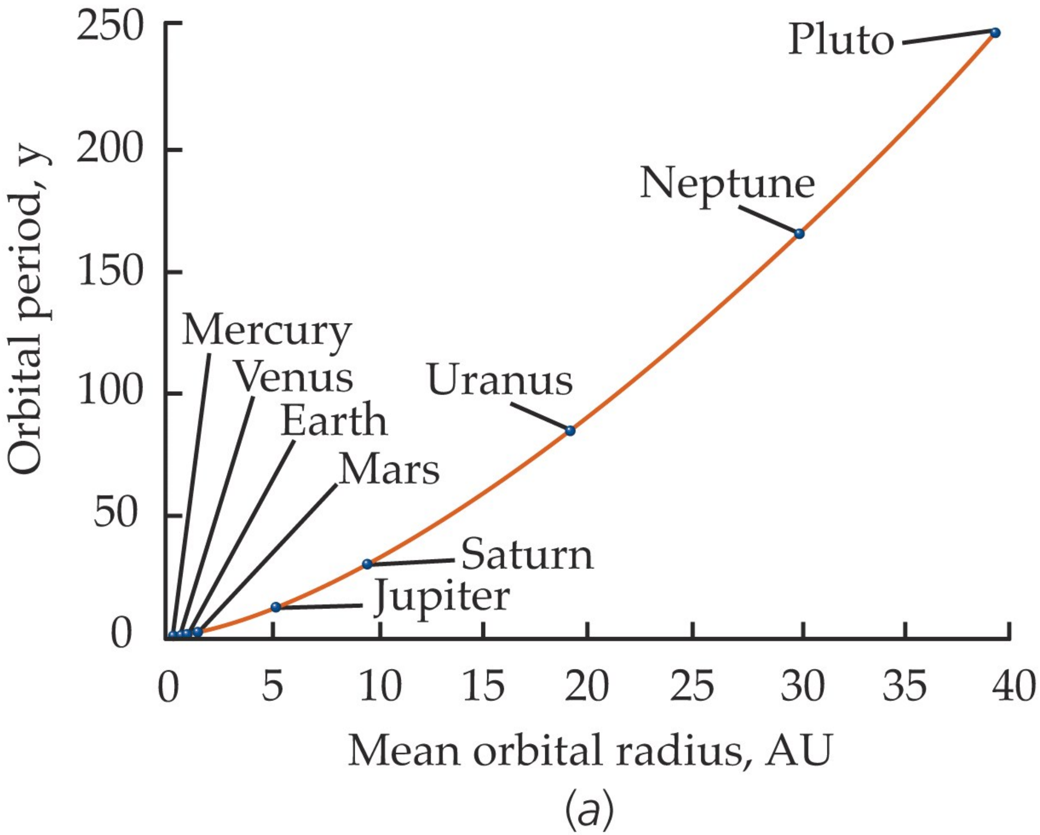
El punto *P* donde el planeta está más cerca del Sol se llama **perihelio** y el punto *A*, donde está más lejos **afelio**.



Cuando un planeta está próximo al Sol, **se mueve más de prisa que cuando está más lejos**. Las **aéreas barridas** por el radio vector en un intervalo de tiempo determinado **son iguales**.

Definición de Unidad Astronómica (UA)

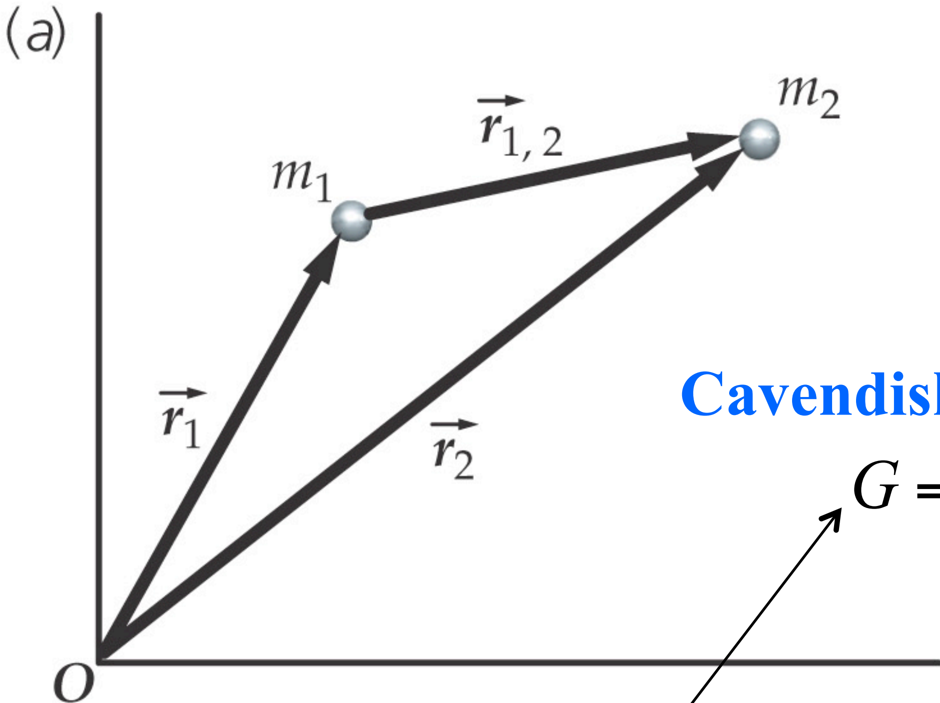
$$1\,UA = 1.50\times10^{11}\ m$$

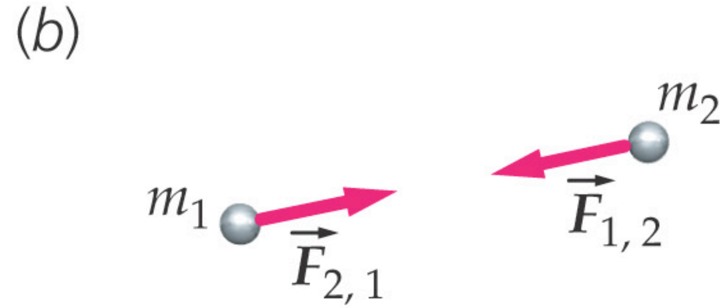


La órbita de la Tierra es **casi circular**; la distancia Tierra-Sol en el perihelio (pto más próximo) es de $1.48\text{x}10^{11}$ m, y en afelio (pto más lejano) de $1.52\text{x}10^{11}$ m .

El semieje mayor , que es la semisuma de estas distancias vale **$1.5\text{x}10^{11}$ m** . Este valor representa la **unidad astronómica** (UA).

Ley de gravitación de Newton (1686)





Cavendish determinó G un siglo después

$$G = 6.67 \times 10^{-11}\ N \cdot m^2 / kg^2$$

$$\hat{\mathbf{r}}_{1,2} = \frac{\mathbf{r}_{1,2}}{r_{1,2}}$$

$$\vec{F}_{1,2} = -\frac{G m_1 m_2}{r_{1,2}^2}\hat{r}_{1,2} \qquad 11\text{-}3$$

NEWTON'S LAW OF GRAVITY

Magnitud de la fuerza gravitatoria

Determinar la fuerza gravitatoria de atracción de un joven de 65 kg y una chica de 50 kg separados 0.5 m. Suponer que sus masas son puntuales.

$$F = 8.67 \times 10^{-7}\ N$$

Un mosquito pesa $\sim 10^{-7}$ N

$$\uparrow$$

La fuerza gravitatoria ejercida entre sí por dos objetos de tamaño ordinario es **extraordinariamente pequeña**.

La atracción gravitatoria sólo puede apreciarse fácilmente cuando <u>al menos uno de los objetos es extraordinariamente masivo</u>.

Aceleración de la Luna y caída libre de objetos

Newton hizo la **hipótesis** de que la atracción gravitatoria debida a la Tierra era la causa de ambas aceleraciones.

Fuerza que actúa sobre una masa *m* a una distancia *r* de la Tierra:

$$F = \frac{GM_T m}{r^2}$$

$$a = \frac{F}{m} = \frac{GM_T}{r^2}$$

Para objetos próximos a la superficie terrestre $r = R_T$ y la aceleración es:

$$g = \frac{GM_T}{R_T^2}$$

Aceleración de la Luna y caída libre de objetos

La distancia a la Luna es aproximadamente 60 veces el radio de la Tierra $r=60R_T$:

Atracción de la Tierra sobre la Luna

$$a=\frac{GM_T}{R^2}=\frac{GM_T}{(60R_T)^2}=\frac{1}{60^2}\frac{GM_T}{R_T^2}=\frac{g}{60^2}=\frac{(9.81\,m/s^2)}{3600}=2.73\times10^{-3}\ m/s^2$$

La aceleración centrípeta (centrifuga) de la Luna a_L puede calcularse a partir de su distancia desde el centro de la Tierra, r=3.83x10^8 m y su periodo T=27.3 días= 2.72x10^6 s:

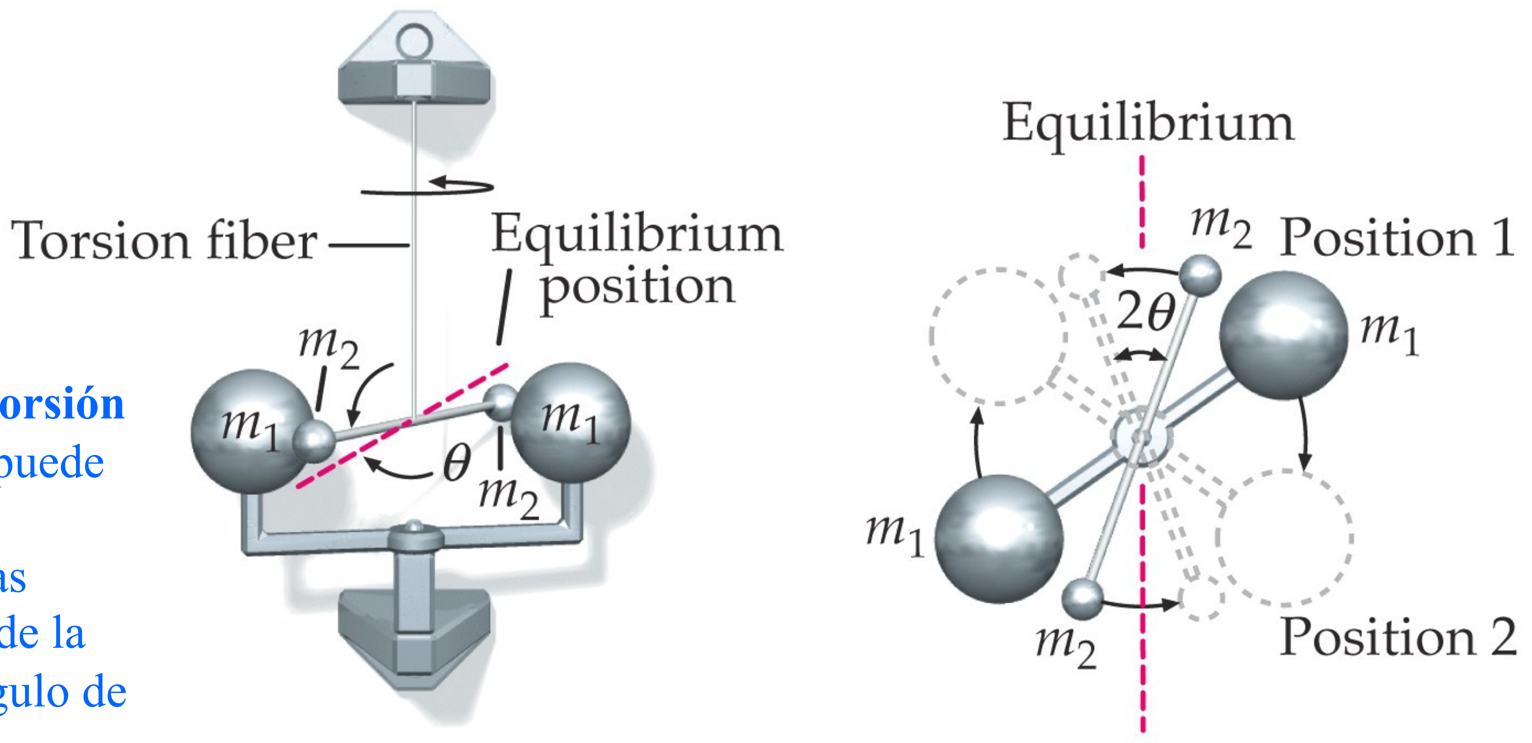
$$a_L=\frac{v^2}{r}=\frac{(2\pi r/T)^2}{r}=\frac{4\pi^2 r}{T^2}=\frac{4\pi^2(3.84\times10^8 m)}{(2.36\times10^6 s)^2}=2.72\times10^{-3}\ m/s^2$$

Newton dijo: "*He comparado la fuerza necesaria para mantener la Luna en su órbita con la fuerza gravitatoria sobre la superficie de la Tierra y* ***el resultado es bastante bueno***".

Medida de G

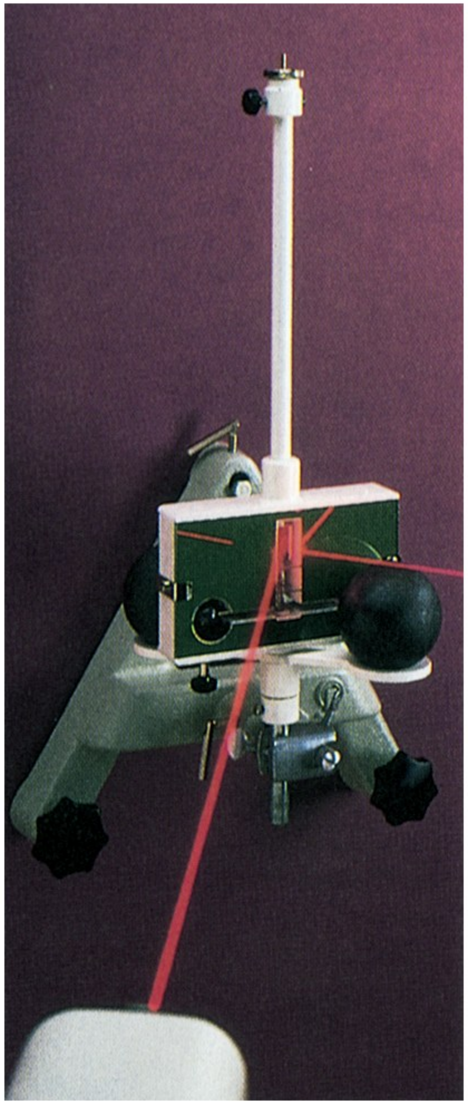
Henry Cavendish fue el primero en 1789 a medir la constante de gravitación universal *G*. Todas las medidas de *G* son difíciles a causa de la extraordinaria pequeñez de la atracción gravitatoria. **Saber el valor de *G* comporta que puede determinarse la masa del Sol o la masa de cualquier planeta con sus satélites**.

Conocida la **constante de torsión de la fibra** se puede determinar las fuerzas entre las masas a partir de la medida del ángulo de torsión.



(a) (b)

Balanza gravitatoria de torsión



En la balanza gravitatoria, una pequeña desviación angular de la balanza origina una gran desviación angular del **haz de luz láser que se refleja en el espejo** de la balanza.

Deducción de las leyes de Kepler

Newton demostró que cuando un objeto se mueve alrededor de un centro como el Sol, por la acción de una fuerza que depende de ***$1/r^2$***, la trayectoria del objeto es una **elipse**, **parábola** o **hipérbola**.

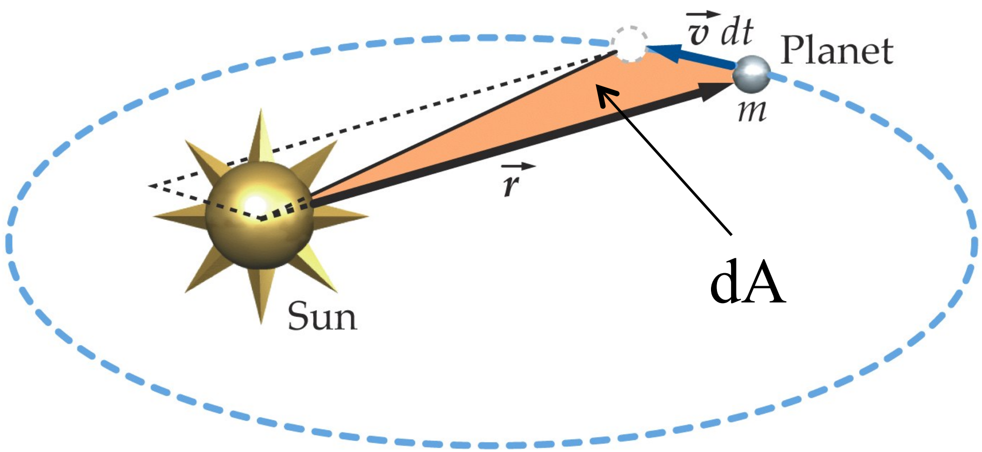
La **primera ley de Kepler** es una consecuencia directa de la ley de gravitación de Newton.

El papel de la 1ª y 3ª leyes de Kepler

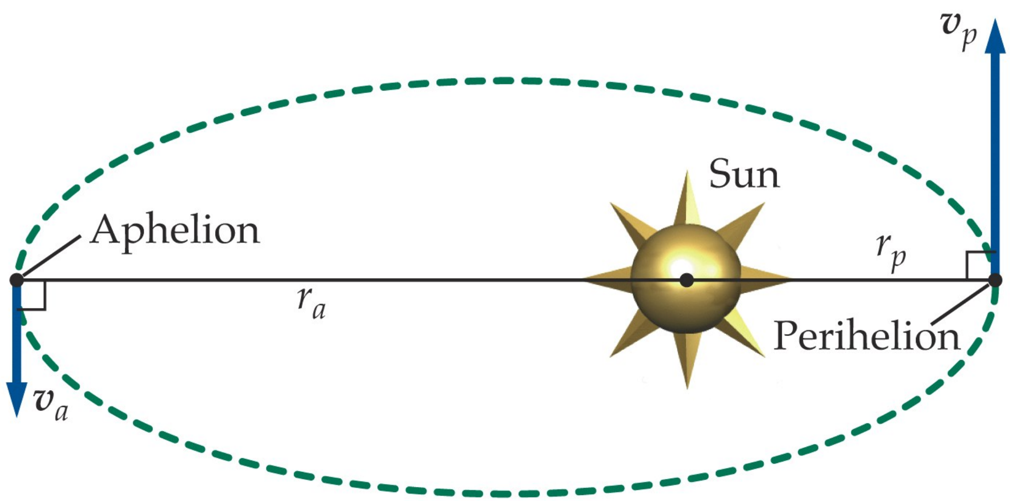
• **Newton** demostró que la primera y la tercera ley de Kepler, solo eran posible si esa fuerza central variaba **inversamente al cuadrado de la distancia.**

• **Probó diferentes leyes**. Por ejemplo, una fuerza directamente proporcional a la distancia produciría también órbitas elípticas, pero el Sol estaría en el centro y no en un foco.

Deducción de las leyes de Kepler



La **segunda ley de Kepler** o **ley de las áreas iguales**, resulta del hecho de que la fuerza ejercida por el Sol sobre un planeta está dirigida hacia el Sol. Esta es una **fuerza central**.



(b)

$$r_a v_a = r_p v_p$$

Mitad área del paralelogramo

$$dA = \frac{1}{2}\left|\mathbf{r}\times\mathbf{v}dt\right| = \frac{1}{2m}\left|\mathbf{r}\times m\mathbf{v}\right|dt$$

$\mathbf{p}$

$$\frac{dA}{dt} = \left(\frac{1}{2m}\mathbf{L}\right) = \text{constante}$$

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{r}\times\mathbf{F} = 0$$

Momento angular constante ($\boldsymbol{\tau}=d\mathbf{L}/dt=0$)

Deducción de las leyes de Kepler

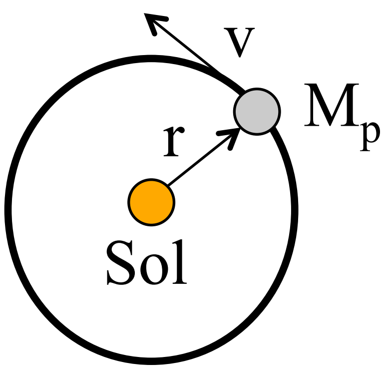
La ley de gravitación de Newton implica **la tercera ley de Kepler** para el caso especial de un planeta que se mueve con velocidad v en una órbita circular de radio r alrededor del Sol.

$$F = M_p a$$

$$\frac{G M_s M_p}{r^2} = M_p \frac{v^2}{r}$$

$$v = \frac{2\pi r}{T} \longrightarrow v^2 = \frac{G M_s}{r}$$

$$\frac{4\pi^2 r^2}{T^2} = \frac{G M_s}{r}$$



$$\boxed{T^2 = \frac{4\pi^2}{G M_s} r^3 = C r^3}$$

Ejercicio: La estación espacial orbital

La estación espacial Internacional se mueve en un órbita prácticamente circular alrededor de la Tierra, a h=385 km por encima de la superficie de ésta. En un lugar determinado, calcular cuánto tiempo hay que esperar entre dos avistamientos consecutivos de la estación.